Mathématiques

Présentation des épreuves

Mathématiques 1

L'épreuve orale de Mathématiques 1 accueille les candidats pendant 30 minutes, *sans préparation*, et les interroge sur un ou deux exercices portant sur l'intégralité du programme de première et seconde année.

Le jury est attentif aux qualités mathématiques des candidats, à leur autonomie, leur capacité à communiquer, leur vivacité et réactivité face aux questions ou remarques du jury. Le jury ne s'attend nullement, en toute circonstance, à une réussite immédiate, mais à la présentation d'une réflexion organisée. Le jury apprécie particulièrement les candidats qui prennent soin d'exposer clairement leurs idées et avec lesquels il est possible de mettre en place un dialogue afin de les aider à progresser dans l'exercice proposé.

Mathématiques 2

Tous les sujets de l'épreuve orale de Mathématiques 2 sont conformes au programme des classes de TSI première et deuxième année, et en couvrent une grande partie. Tous comportent des questions permettant d'évaluer les compétences des candidats en algorithmique et en Python.

Les candidats ont 30 minutes environ pour préparer une solution (partielle) de l'exercice proposé et rédiger le ou les programmes demandés. L'examen de ceux-ci se fait avec eux devant l'ordinateur. Même si le programme n'a pas abouti, si l'idée de départ est bonne et la syntaxe connue, l'évaluation en tient compte. Quant à la partie purement mathématique du sujet, les candidats l'exposent au tableau.

Enfin, les candidats interrogés sur un sujet d'algèbre et probabilités en Mathématiques 1 sont interrogés sur un sujet d'analyse en Mathématiques 2, et vice-versa.

Analyse globale des résultats

Mathématiques 1

Les observations des sessions précédentes demeurent valables. Comme l'an passé, le jury constate avec regret la rareté d'excellents candidats, quand bien même un nombre significatif de prestations ont été tout à fait satisfaisantes. Quelques candidats se présentent avec un niveau très faible et/ou découvrent sur le moment les modalités de l'examen.

Dans l'ensemble, les candidats se sont convenablement préparés et se révèlent efficaces dans les situations fléchées. Bien souvent cependant, c'est le jury qui doit créer la dynamique de l'oral en invitant les candidats à poursuivre leur calcul ou leur raisonnement. Ce manque d'autonomie est à déplorer.

Mathématiques 2

La plupart des candidats ont fait un réel effort de présentation, de dynamisme, et de dialogue avec les examinateurs.

Le nombre des candidats n'ayant rien fait en Python diminue d'année en année. En revanche certains candidats ont rédigé un programme Python sur leur copie et non sur une interface. Or il faut que le code soit testé.

Cette année les ordinateurs étaient équipés de Python version 3.6.0, les candidats ayant le choix entre les logiciels `PYZO` et `SPYDER 3`. L'aide Python standard (en ligne) est à leur disposition à côté de l'ordinateur.

Le niveau est très hétérogène, tant en mathématiques qu'en algorithmique et connaissance de Python.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Remarques générales

Les techniques du programme de mathématiques sont globalement acquises et les candidats proposent dans l'ensemble une présentation orale satisfaisante.

Rappelons cependant qu'il s'agit d'une épreuve orale et que le tableau n'est pas une copie de concours. Il est préférable de s'exprimer au maximum, d'énoncer ses résultats et les théorèmes utilisés et, en Mathématiques 2 du moins, de n'écrire au tableau que les étapes importantes du calcul. Rappelons aussi que l'oral n'est pas une épreuve de vitesse : certains candidats enchainent les erreurs de calcul ou les affirmations fausses à force de précipitation, ce qui finit par les pénaliser fortement.

Par ailleurs, pour un nombre significatif d'interrogations, le jury constate des lacunes sur l'énoncé exact des théorèmes et/ou la vérification des hypothèses, particulièrement en probabilités. Certains candidats ont même du mal à comprendre les énoncés, faute de maitriser certaines notions.

Enfin, le jury tient à préciser que tous les exercices proposés peuvent être traités et ne doivent être traités qu'avec les outils du programme (ainsi, les conditions de Monge pour la recherche d'extrema ou la formule de l'inverse d'une matrice à l'aide de la co-matrice sont hors-programme).

Algèbre

Des lacunes importantes ont été constatées sur les points suivants :

- nombres complexes ;
- les polynômes dans leur ensemble, y compris les notions de degré, racines, coefficients ;
- l'algèbre linéaire de première année à savoir familles libre, base, sous-espaces supplémentaires, matrice d'un endomorphisme dans une base donnée.

D'autres points sont à améliorer :

- calcul de déterminants ;
- définition d'un produit scalaire ;
- expression du projeté orthogonal, distance à un sous-espace vectoriel de dimension finie dans un espace préhilbertien ;
- détermination de l'inverse d'une matrice par exploitation d'une égalité du type $AB = Id$;
- lien entre l'inversibilité d'une matrice et le fait que 0 soit ou non valeur propre ;
- utilisation du théorème du rang pour déterminer la dimension d'un sous-espace propre ;
- obtention d'une base orthonormée de vecteurs propres pour une matrice symétrique réelle ;

- théorèmes fondamentaux de diagonalisation et trigonalisation d'une matrice carrée : confusion classique entre condition nécessaire et condition suffisante ;
- justification simple, à l'aide de la seule définition, du fait qu'une matrice carrée possédant une seule valeur propre n'est pas diagonalisable (sauf si elle est déjà diagonale).

En revanche les candidats justifient bien l'emploi du binôme de Newton pour des calculs matriciels par la commutativité de A et B pour le produit. Plusieurs candidats ont montré une excellente connaissance des isométries et de leurs éléments caractéristiques, ou des techniques de géométrie préhilbertienne en dimension infinie.

Analyse

De grosses lacunes ont été constatées sur les points suivants :

- définition et utilisation d'équivalents ou de développements limités ;
- primitives de fonctions usuelles, comme les fonctions puissance ;
- convergence d'une série qui s'étudie presque toujours en étudiant le terme général, et que pour une série à termes positifs un équivalent simple suffit souvent ;
- dérivée d'une fonction composée.

Les points à améliorer sont :

- lien suite-série, sommes télescopiques. Certains écrivent :
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\,(n+1)} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+1};$$
- analyse de première année : suites adjacentes, théorème de la limite monotone, théorème des valeurs intermédiaires, théorème de la bijection, théorème de Rolle, prolongement d'une fonction de classe $C1$;
- suites récurrentes $u_{n+1} = f\,(u_n)$: existence, limites possibles lorsque f est continue ;
- manipulation des inégalités ;
- changement de variables, intégration par parties, y compris pour une intégrale sur un segment ! Pour une intégrale généralisée, bien en connaitre les hypothèses ;
- hypothèses des théorèmes de Parseval et Dirichlet ;
- formules de trigonométrie ;
- notion de point critique, d'extremum local ou global pour une fonction de deux variables à valeurs réelles. Théorème des bornes atteintes.

Probabilités

De grosses lacunes ont été constatées sur les points suivants :

- confusion et/ou absence de connaissance sur les formules des probabilités conditionnelles, des probabilités totales et la formule de Bayes ;
- les lois usuelles, et bien sûr l'espérance et la variance ;

- confusion entre indépendance et incompatibilité ;
- notion de système complet d'événements.

Plus généralement, les candidats ont beaucoup de mal à modéliser une expérience aléatoire par la mise en place d'un système complet d'événements.

Géométrie

Certes le programme est très restreint, mais le peu qu'il y a doit être maitrisé : équation d'un plan, vecteur normal à un plan, représentation paramétrique d'une droite, équation d'une sphère, surface définie par une équation.

Python/algorithmique

Il n'y a plus ou presque de candidat ayant fait l'impasse sur ce point. Toutefois les connaissances sur les points suivants mériteraient d'être consolidées :

- fonctions récursives ;
- mise en place de la résolution de l'équation par la méthode de dichotomie ;
- gestion des listes et des matrices : un test d'égalité matricielle « $A == B$ » » ne peut être utilisé tel quel dans un `if`... ;
- tracé de courbes, de points souvent problématiques ;
- la fonction `log` de `math` ou `numpy` a posé parfois des problèmes.

Conseils aux futurs candidats

- Les théorèmes doivent être connus parfaitement. Il faut en vérifier les hypothèses avant de les appliquer.
- Ne faire aucune impasse, en particulier sur l'algorithmique et l'informatique, les probabilités, et les chapitres du programme en apparence isolés (courbes paramétrées, fonctions de plusieurs variables, géométrie).
- En Mathématiques 2, utiliser les 30 minutes de préparation pour faire les calculs les plus techniques et la partie Python.
- Ne pas perdre trop de temps tant dans la préparation que dans l'exposé sur les questions très faciles pour essayer d'aborder les plus compliquées. (Ainsi, il ne faut pas prendre 10 minutes pour prouver qu'une application est linéaire).

Conclusion

Les réserves énoncées ne doivent pas faire oublier le plus important. Beaucoup de candidats sont capables, tout comme ceux qui sont issus de filières plus prestigieuses, de s'exprimer avec aisance et de faire un exposé vivant sans garder le nez sur leurs notes ou en demeurant dos au jury. Le fait que les classes préparatoires aient conduit ces jeunes, parfois vus de haut, à un tel résultat, justifie à lui seul leur existence.